Problema 01:

Se define

$\boxed{2x+1} = 6x - 10$

además, $\boxed{\triangle x -3} = 3x - 10$

Calcule el valor de E.

$E =$

A) 10 065
B) 50 065
C) 15 065
D) 10 165
E) 51 065

Resolución:

Nos piden el valor de E

Del dato:

$\boxed{2x+1} = 6x - 10$

$\times 3 \quad -13$

Luego:

$\boxed{\triangle x -3} = 3x - 10$

$3\triangle x - 9 - 13 = 3x - 10$

$3\triangle x = 3x + 12$

$\triangle x = x + 4$

$+4$

Hallando E

$E =$

Como cada triángulo le suma cuatro deducimos lo siguiente

$E = 2013 + \mathbf{2013(4)}$

$E = \mathbf{2013(5)} = \mathbf{10\,065}$

∴ El valor de E es 10 065

Problema 05:

En R se define una operación matemática mediante la siguiente tabla.

*	1	5	7	9	3
13	32	44	50	56	38
1	8	20	26	32	14
4	14	26	32	38	20
7	20	32	38	44	26
10	26	38	44	50	32

Calcule 10 * 9 + 14 * 10

A) 100

B) 105

C) 109

D) 111

E) 113

Resolución:

Nos piden calcular 10 * 9 + 14 * 10

Determinemos la regla de definición:

$x * y = ax + by + c$ ↔ → $x * y = 2x + 3y + c$

De la tabla:

*	1	5	7	9	3
13	32	44	50	56	38
1	8	20	26	32	14
4	14	26	32	38	20
7	20	32	38	44	26
10	26	38	44	50	32

(4, 2, 2, -6 en la fila 13; 12, 6, 6, -18 en la fila 13; -12, -24 en la columna 1; 3, 3, 3 y 6, 6, 6 en las columnas 1 y 2)

$b = \frac{12}{4} = \frac{6}{2} = \frac{-18}{-6}$

→ $b = 3$

$a = \frac{-24}{-12} = \frac{6}{3}$

→ $a = 2$

En la tabla:

13 * 1 = 32

2 (**13**) + 3(**1**) + c = 32 → c = 3

Luego:

$x * y = 2x + 3y + 3$

Lo pedido:

10 * 9 = 2(10) + 3(9) + 3 = **50**

14 * 10 = **2**(14) + 3(10) + 3 = **61**

∴ 10 * 9 + 14 * 10 = 50 + 61 = 111

Problema 06:

Se define en $M=\{1; 2; 3; 4\}$ la operación matemática mediante la tabla adjunta.

#	2	3	1	4
1	4	2	3	1
4	2	3	1	4
3	1	4	2	3
2	3	1	4	2

Si a; b; c; d son elementos del conjunto M no necesariamente diferentes, calcule el valor de d^{-1} en $([a\#(a+2)]\#[(b+2)\#b])\#d = c\#(c-2)$.

Considere que d^{-1} es el elemento inverso de d.

A) 3 B) 2 C) 4
D) 1 E) 5

Resolución:

Nos piden calcular el valor de d^{-1}

Deducimos el valor de ciertas operaciones de la igualdad

$a\#(a+2)$	$(b+2)\#b$	$c\#(c-2)$
$1\#3 = 2$	$3\#1 = 2$	$3\#1 = 2$
$2\#4 = 2$	$4\#2 = 2$	$4\#2 = 2$

Reemplazamos en:

$$([\underbrace{a\#(a+2)}_{2}]\#[\underbrace{(b+2)\#b}_{2}])\#d = \underbrace{c\#(c-2)}_{2}$$

$$(\underbrace{2\#2}_{3})\#d = 2$$

$$3\#d = 2$$

$$d = 1$$

Para hallar d^{-1}:

Hallamos al elemento neutro y al elemento inverso

#	2	3	1	4
1	4	2	3	1
4	2	3	1	4
3	1	4	2	3
2	3	1	4	2

Luego: $e = 4$

Ya que $d = 1 \longrightarrow d^{-1} = 1^{-1} = 2$

$\therefore$ El valor de d^{-1} es 2

Problema 07:

Se define en R la siguiente operación matemática:

$a \,@\, b = ab + 3b + 3a + 6$

Con respecto a dicha operación, indique lo incorrecto.

A) $(-3) \,@\, 4 = -3 = 4 \,@\, (-3)$
B) Existe elemento neutro.
C) El elemento neutro es un número negativo.
D) Todos los reales, excepto uno, poseen elemento inverso.
E) El elemento neutro es 4.

Resolución:

Nos piden indicar lo incorrecto

Se tiene:

$a \,@\, b = ab + 3b + 3a + 6$

Hallamos el elemento neutro

$a \,@\, e = ae + 3e + 3a + 6 = a$

$ae + 3e = -2a - 6$

$e(a + 3) = -2(a + 3)$

$e = -2$

Hallamos el elemento inverso

$a \,@\, a^{-1} = a\,a^{-1} + 3\,a^{-1} + 3a + 6 = -2$

$a^{-1}(a + 3) = -3a - 8$

$a^{-1} = \frac{-(3a+8)}{a+3}$

De las alternativas

A) $(-3) \,@\, 4 = -3 = 4 \,@\, (-3)$ **(V)**
(-3) (-3)

B) Existe elemento neutro. **(V)**
SI: e = -2

C) El elemento neutro es un número negativo. **(V)**
SI: e = -2

D) Todos los reales, excepto uno, poseen elemento inverso. **(V)**
SI: Todos, menos el -3

E) El elemento neutro es 4. **(F)**
NO: e = -2

∴ Es incorrecto que el elemento neutro es 4

Problema 08:

Se define en la siguiente operación *R*.

*	7	11	15
2	28	44	60
5	70	110	150
7	98	154	210

Considerando que x^{-1} es el elemento inverso de *x*, calcule el valor de

$$\left[\frac{(7*15)^{-1}}{(5*7)^{-1}}\right]^{-1}$$

A) 1/2 B) 3/4 C) 3/5
D) 2/3 E) 3/2

Resolución:

Nos piden calcular el valor de: $\left[\frac{(7*15)^{-1}}{(5*7)^{-1}}\right]^{-1}$

Determinemos la regla de definición

De la tabla, se observa que:

2 * 7 = 28 = 2(2)(7)

5 * 11 = 110 = 2(5)(11)

Y para cada a y b, se cumple que:

a * b = 2(a)(b)

Hallamos el elemento neutro

a * e = 2(a)(e) = a

$$e = \frac{1}{2}$$

Hallamos el elemento inverso

$a * a^{-1} = 2(a)(a^{-1}) = \frac{1}{2}$

$$a^{-1} = \frac{1}{4a}$$

Nos piden: $\left[\frac{(7*15)^{-1}}{(5*7)^{-1}}\right]^{-1}$

$$\left[\frac{\left(2(7)(15)\right)^{-1}}{\left(2(5)(7)\right)^{-1}}\right]^{-1} = \left[\frac{(210)^{-1}}{(70)^{-1}}\right]^{-1}$$

$$\left[\frac{\frac{1}{4(210)}}{\frac{1}{4(70)}}\right]^{-1} = \left[\frac{1}{3}\right]^{-1} = \left[\frac{1}{4(\frac{1}{3})}\right] = \frac{3}{4}$$

El valor de $\left[\frac{(7*15)^{-1}}{(5*7)^{-1}}\right]^{-1}$ es $\frac{3}{4}$